

FUNCIÓN DE DESCARGA ECOSISTÉMICA POR EL HERBÍVORO

Function of an ecosystemic discharge by herbivores

Sergio Antonio Tuexi Villarreal¹, Roberto Nava Coronel²,
Luis Pérez Romero², Juan José López González².

¹E-mail: stuexi@tamps1.telmex.net.com.mx

² Departamento de Recursos Naturales Renovables.
Universidad Autónoma Agraria Antonio Narro.
Buenavista, Saltillo, Coahuila, México, C.P. 25315

RESUMEN

Se determinó una función matemática para representar las descargas ecosistémicas de *Sporobolus airoides*, *Flourensia cernua*, *Atriplex canescens* y *Medicago sativa*. Para cuantificar la fitomasa ofrecida, se usaron técnicas compatibles con la forma de la planta. Los tiempos de muestreo se determinaron de acuerdo con las observaciones practicadas sobre el consumo efectuado por el herbívoro. Se utilizaron diferentes cargas animales para las descargas ecosistémicas y se expresaron en $t \text{ hr ha}^{-1}$ acumuladas.

Las curvas obtenidas describen una función exponencial de la forma $Y = ae^{bx}$; ajustando los datos obtenidos en el campo, se determinó una función general de descarga de la fitomasa por el herbívoro.

Palabras clave: Función de descarga, *Sporobolus airoides*, *Flourensia cernua*, *Atriplex canescens* y *Medicago sativa*.

ABSTRACT

A mathematical function to represent ecosystemic discharge of *Sporobolus airoides*, *Flourensia cernua*, *Atriplex canescens* and *Medicago sativa* for goat livestock was developed. In order to quantify the offered phytomass, compatible techniques were carried out according to the plant form. The sampling timing was determined according to the phytomass intake by the herbivore. Several stocking densities were used to undertake the ecosystemic discharge, expressed in $t \text{ hr ha}^{-1}$ of accumulated totals. The obtained curves of the different ecosystemic discharges describe an

exponential function of the form $Y = ae^{-bx}$. A herbivore phytomass discharge general function was determined by adjusting field data.

Key Words: Discharge function, *Sporobolus airoides*, *Flourensia cernua*, *Atriplex canescens*, *Medicago sativa*.

INTRODUCCIÓN

Para lograr una mejor comprensión de la utilización del recurso natural a través del tiempo es necesario tratarlo con rigorismo, por medio del empleo de símbolos matemáticos y de ecuaciones. Los primeros proporcionan una representación precisa y útil para describir las estructuras de sistemas ecológicos complejos. Las segundas, formalizan enunciados acerca de cómo se interrelacionan los componentes del ecosistema al actuar recíprocamente. Este proceso matemático consiste en traducir conceptos físicos y biológicos de cualquier sistema ecológico en un conjunto de relaciones matemáticas de naturaleza más abstracta que la del fenómeno (Odum, 1971).

De establecerse una buena utilización de los recursos naturales de las zonas áridas del norte de México, podemos obtener una acentuada eficiencia de canalización energética desde el ecosistema hasta el hombre. El grado de utilización por la zoocenosis, es uno de los principales aspectos que afectan su recuperación, principalmente a través de la intensidad y frecuencia de los esquilmos relacionados, sin lugar a dudas, con las condiciones climáticas. Por ello, es importante la determinación de funciones matemáticas que representen las

descargas ecosistémicas para predecir el comportamiento de los fenómenos, la utilización, forraje remanente y la adecuación de la pradera para determinado tipo de animal en cada arquitectura fitocenósica.

El objetivo principal del presente trabajo fue determinar una función matemática, que permita predecir la tasa de descarga de un ecosistema pratense por el herbívoro.

MATERIALES Y MÉTODOS

El tamaño de la parcela y la carga animal, se determinaron pensando en establecer la relación existente entre el tiempo de permanencia de la zoomasa y la fitomasa remanente, utilizando así la pradera en un período breve. Se logra determinar la fitomasa remanente cuando la función de descarga se hace asintótica.

Para cuantificar la materia seca ofrecida en cada uno de los tiempos de muestreo, determinados de acuerdo con las observaciones de consumo, se emplearon técnicas compatibles con la forma de la planta, y las muestras se secaron en el horno a 65° C durante 48 horas; posteriormente, se transformaron a unidades de superficie.

Para efectuar las descargas ecosistémicas se utilizaron cabras criollas, que estuvieron en ayuno la noche anterior a cada experimento. Durante el tiempo que duró el experimento, las cabras recibieron agua *ad libitum*; asimismo, se

pesaron al inicio y al final y se llevaron a pasar la noche en los corrales destinados para ello.

La zoomasa utilizada en cada uno de los tiempos acumulados de muestreo se calculó multiplicando el peso total inicial por la unidad de superficie por el tiempo de pastoreo/mil (Kothmann, 1974). El consumo se determinó mediante la diferencia existente de lo ofrecido menos lo rechazado.

Descripción del área de estudio

Sporobolus airoides Torr.

Se realizó en un área de 450m² (15m x 30m) adjunta al Campo Experimental "Noria de Guadalupe", ubicado en el ejido del mismo nombre municipio de Concepción del Oro, Zacatecas, y perteneciente a la Universidad Autónoma Agraria Antonio Narro, la cual fue circulada para facilitar el estudio. Tuvo una duración de 10 días comprendidos del 18 al 28 de julio de 1981.

La disponibilidad de la materia seca se determinó previamente a la utilización por el ganado caprino, aplicándose el método del cuadrante (1m²).

La toma de muestras se ejecutó por seis veces consecutivas, al azar, por cada uno de los tiempos determinados en función del grado de utilización observado, a decir, t₀, t₁, t₂, t₃, t₄ y t₅, dando la superficie total muestreada áreas de 5m² por tiempo y un total de 30 m². La fitomasa se cosechó al nivel del suelo, embolsándose para su secado en el horno a 65° C durante 48 hr. Para efectuar la

descarga ecosistémica se utilizaron 20 cabras criollas con un peso promedio de 44.15 kg.

Flourensia cernua D.C.

Para este estudio, se seleccionó un área de 270m² (15m x 18m), ubicada en la parte baja del Campo Experimental "Noria de Guadalupe", que se dejó libre de plantas indeseables, encontrándose una densidad de 280 plantas de hojasé. Tuvo una duración de siete días, comprendidos entre el 7 y el 14 de agosto de 1981.

Por tratarse de un arbusto cuya forma corresponde aproximadamente a una semiesfera, se eligió una metodología compatible con su forma para la determinación de la fitomasa ofrecida, en función de la intensidad de utilización. Se escogieron 40 plantas que se marcaron en grupos de 10 por tiempo, para un total de cuatro, a decir: t₀, t₁, t₂, t₃.

Las plantas se arrancaron al nivel del suelo por cada uno de los tiempos correspondientes. Para determinar la cantidad de materia seca ofrecida, los valores calculados por las 10 plantas se transformaron en poblaciones, multiplicándose este peso por el número total de plantas en el lote, y éstas a su vez en unidades de superficie, restándose a cada tiempo las 10 plantas que sirvieron de muestra en forma acumulativa. Para efectuar la descarga ecosistémica se utilizó una densidad animal de 19 cabras criollas con un peso promedio de 43.15 kg.

Atriplex canescens (Pursh) Nut.

El ecosistema de *Atriplex canescens* se localizó en la parte baja del Campo Experimental "Noria de Guadalupe". Se circuló un área total de 450 m² (15m x 30m), que se dejó libre de malezas, con la finalidad de dejar sólo *Atriplex canescens*; se encontró una densidad de 128 plantas. La duración del período experimental fue de siete días comprendidos del 20 al 26 de septiembre de 1981. La metodología empleada para evaluar la fitomasa ofrecida, en función de la intensidad de utilización, fue compatible con su forma, que corresponde a una semiesfera formada por un tronco central que se ramifica radialmente desde su base en todas direcciones, escogiéndose 20 plantas al azar, de las cuales se identificaron cinco por tiempo, a decir t₀, t₁, t₂, y t₃.

Las plantas fueron extraídas del área experimental en su tiempo correspondiente. Para determinar la fitomasa ofrecida en cada tiempo, los valores calculados por grupo de plantas se transformaron en poblaciones, multiplicando el peso de las plantas muestreadas por el número total de plantas (128) en los 450m². Posteriormente, se convirtieron en unidades de superficie, restándole las cinco plantas que fueron extraídas en los tiempos subsecuentes al t₀, con la finalidad de obtener valores más aproximados a la realidad. Para efectuar la descarga ecosistémica se utilizó una densidad animal de 10 cabras, con un peso promedio de 43.5 kg.

Medicago sativa L.

Este ensayo se llevó a cabo en una región aledaña, al norte de la ciudad de Saltillo, Coahuila, debido principalmente a que ahí se encontró el agroecosistema de *Medicago sativa* favorable a nuestros planes, con una duración de cuatro días comprendidos en el período del 11 al 14 de diciembre de 1981.

El área experimental fue de 24m² (6m x 4m) y se circuló con tela borreguera para facilitar el estudio. La disponibilidad de la materia seca se calculó previamente a la utilización por el ganado en cada uno de los tiempos, a decir: t₀, t₁, t₂, t₃ y t₄. Los muestreos se hicieron utilizando un cuadro de 0.25m² de área, arrojado al azar por cuatro veces consecutivas, superficie donde se cosechó la fitomasa de alfalfa a nivel del suelo. Para la realización de la descarga ecosistémica se utilizó una densidad animal de nueve cabras criollas con un peso promedio de 40.5 kg.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Sporobolus airoides Torr.

Los resultados de las mediciones de descarga total de *Sporobolus airoides* indican que la descarga de la fitomasa por caprinos se ajusta a una función exponencial, correspondiéndole la ecuación $Y = 4942.4^{0.2174x}e$. Se parte de una disponibilidad inicial de 3537.00 kg MS ha⁻¹, con una intensidad de cosecha

equivalente a 98.11 ton hr ha⁻¹, en un tiempo de 5 horas totales acumuladas de pastoreo. La fitomasa total ofrecida se reduce a 3432.7 kg/MS/ha⁻¹ determinándose un consumo del orden de 104.3 kg/MS/ha⁻¹.

La descarga de la fitomasa en pie continúa ajustándose a una función exponencial y tiende a hacerse asintótica con un valor de 1396.40 kg/MS/ha⁻¹. Las tasas de cambio de las descargas son variadas, dependiendo del tiempo de apacentamiento de los caprinos (Figura 1).

La descarga de la fitomasa por el herbívoro corresponde a la ecuación $Q = (3537 - 1396.40) e + 1396.4$, datos sustituidos en la ecuación general de descarga.

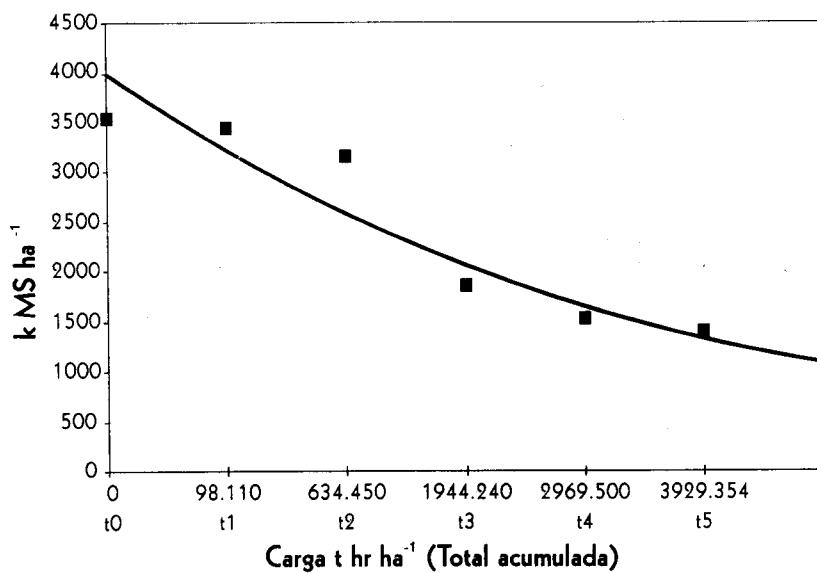


Fig. 1. Curva ajustada por el procedimiento NLIN del sistema SAS del ecosistema *Sporobolus airoides*.

Flourensia cernua D. C.

Los resultados de las mediciones de descarga total de *Flourensia cernua* indican que la descarga de la fitomasa por caprinos se ajusta a una función exponencial, correspondiéndole la ecuación $Y = 10099^{-0.319x}$ e, partiendo de una disponibilidad inicial de 7865.510 kg MS ha⁻¹ con una intensidad de cosecha equivalente a 2221.330 t hr ha⁻¹, en un tiempo de 73.20 horas totales acumuladas de pastoreo. La fitomasa total ofrecida se reduce a 5090.40 kg de MS ha⁻¹ determinándose un consumo del orden de 2775.11 kg MS ha⁻¹.

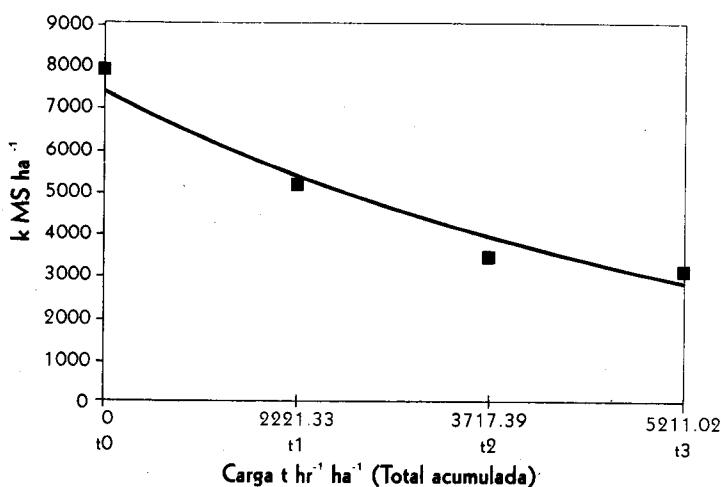


Fig. 2. Curva ajustada por el procedimiento de NLIN del sistema SAS del ecosistema *Flourensia cernua* D. C.

La descarga de la fitomasa en pie continúa ajustándose a una función exponencial y tiende a hacerse asintótica con un valor de 3117.785 kg de MS/ha⁻¹. Las tasas de cambio de la descarga son variadas dependiendo del tiempo de apacentamiento de los caprinos (Figura 2). La descarga de la fitomasa por el herbívoro corresponde a la ecuación general de descarga.

$$Q = (7865.51 - 3117.78) e^{-0.0006140431 * 2221.330} + 3117.785$$

Atriplex canescens (Pursh) Nut.

Los resultados de las mediciones de descarga total de *Atriplex canescens* indican que la descarga de la fitomasa por caprinos se ajusta a una función exponencial, correspondiéndole la ecuación $Y = 2393.9^{-0.0159x} e$. Se parte de una disponibilidad inicial de 2356.51 kg de MS ha⁻¹ con una intensidad de cosecha equivalente a 327.22 t hr ha⁻¹ totales acumuladas, en un tiempo de 34.05 horas totales acumuladas de pastoreo. La fitomasa total ofrecida se reduce a 2314.64 kg de MS ha⁻¹ determinándose un consumo del orden de 41.87 kg de MS ha⁻¹.

La descarga de la fitomasa en pie, continúa ajustándose a una función exponencial y tiende a hacerse asintótica con un valor de 2242.88 de MS ha⁻¹. Las tasas de cambio de la descarga son variadas dependiendo del tiempo de apacentamiento de los caprinos (Figura 3). La descarga de la fitomasa por el herbívoro corresponde a la ecuación general de descarga $Q = (2356.51 - 2242.88) e^{-0.0012764805 * 327.22} + 2242.88$.

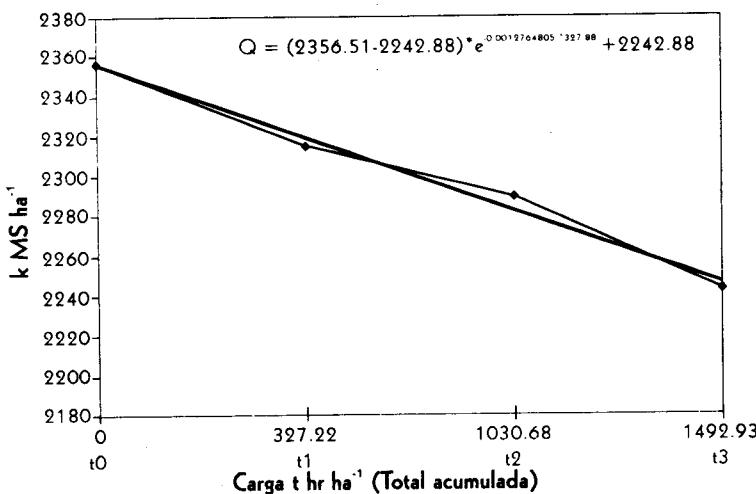


Fig. 3. Curva ajustada por el procedimiento de NLIN del sistema SAS del ecosistema *Atriplex canescens* (Pursh) Nut.

Medicago sativa L..

Los resultados de las mediciones de descarga total de *Medicago sativa* indican que la descarga de la fitomasa por caprinos se ajusta a una función exponencial, correspondiéndole la ecuación $Y = 2012^{-0.1677x}$ e. Se parte de una disponibilidad inicial de 1770.0 kg de MS ha⁻¹ con una intensidad de cosecha equivalente a 946.290 t hr ha⁻¹ totales acumuladas, en un tiempo de 6:30 horas totales acumuladas de pastoreo. La fitomasa total ofrecida se reduce a 1539.0 kg de MS ha⁻¹ determinándose un consumo de 231.0 kg de MS ha⁻¹.

La descarga de la fitomasa en pie, continúa ajustándose a una función exponencial y tiende a hacerse asintótica con un valor de 841.00 kg de MS ha⁻¹.

Las tasas de cambio de las descargas son variadas, dependiendo del tiempo de apacentamiento de los caprinos (Figura 4).

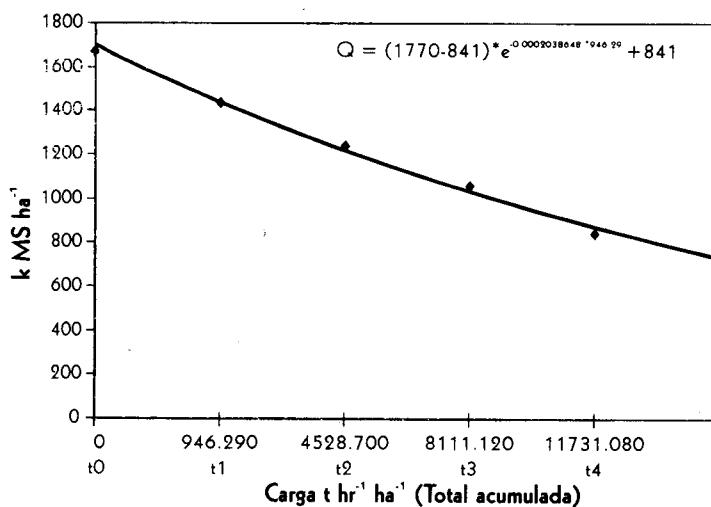


Fig. 4. Curva ajustada por el procedimiento de NLIN del sistema SAS del ecosistema *Medicago sativa*

La descarga de la fitomasa por el herbívoro corresponde a la ecuación general de descarga $Q = (1770.0 - 841.0) e^{-0.0002038648 * t} + 841.0$

Los resultados obtenidos en las descargas ecosistémicas de la gramínea, la leguminosa y arbustivas, indican que la disponibilidad de la materia seca disminuye a medida que el tiempo de utilización aumenta (Gastó y Olivares, 1979). Asimismo, se puede observar que la capacidad de cosecha del animal varía de acuerdo con la disponibilidad y densidad de carga del forraje ofrecido en las praderas.

Durante el proceso de descarga de la gramínea y la leguminosa por el ganado caprino, se puede observar que preferentemente fueron consumidas las hojas verdes y tallos jóvenes, dejando como remanente los tallos maduros debido, principalmente, a la falta de palatabilidad y alto contenido de fibra, coincidiendo con los resultados obtenidos por Moyeda *et al.* (1979); Karnezos *et al.* (1988); se advierte un consumo del 60% en gramíneas y un 39% en arbustivas. En cuanto a la descarga ecosistémica de la leguminosa el consumo de materia seca fue de un 47.5% en virtud de que el forraje en las primeras horas de pastoreo fue pisoteado debido a las características vegetativas de la planta, dificultando así su consumo por caprinos; así mencionamos los trabajos realizados por Gastó (1982), que dice: "las características de la descarga de la fitocenosis, al ser sometida a la acción de un 'cosechador' deben ser armónicas con el sistema y con los requerimientos del mismo"; de igual manera, otro de los factores que determinaron el consumo de materia seca fue la palatabilidad de las forrajeras (Cook 1954).

Las curvas obtenidas en las descargas ecosistémicas de las comunidades bajo estudio, a decir: *Sporobolus airoides*, *Flourensia cernua*, *Atriplex canescens* y *Medicago sativa*, describen una función exponencial (Gastó y Olivares, 1979; Chen y Wang, 1988; Sampedro y Horacio, 1989; Shlyachkova 1990; Hyer, *et al.*, 1991; Defosse y Bertiller, 1991; Foltyn y Zednickova, 1992). Las curvas se caracterizan por una progresión geométrica (descendente) de los valores de una de las variables, mientras que la otra se manifiesta en una progresión aritmética, correspondiéndole la forma general de la ecuación exponencial $Y = ae^{bx}$

(Springer *et al.*, 1972a; 1972b; Allendeorfer y Oakley, 1973; Churchill, 1990; Márquez, 1991; Miller, 1992; Stein, 1992).

Suponiendo que el cambio neto producido en el sistema corresponde a la carga menos la descarga (Olson, 1963, Noy-Meir, 1975), planteamos el problema de esta forma y de acuerdo con la ley de la conservación de la energía se tiene:

$$Vq/Vt = Vq/Vt - Vq/Vv;$$

Esta ecuación señala que los cambios en la carga (Vq/Vt) son una consecuencia de los cambios producidos por la cosecha al aumentar la intensidad de pastoreo (Vq/Vv). Ahora bien, si consideramos un sistema cuya tasa de carga (Vq/Vt) está cercana a cero, el cambio neto producido en él se debe a la descarga; además, la descarga es una variable dependiente de la carga presente. El sistema considerado incluye los parámetros siguientes (Figura 5), en donde:

Q = Carga total presente al momento de iniciar el proceso de descarga.

C = Carga presente no cosechable.

K = Tasa intrínseca de descarga.

V = Intensidad de pastoreo

Estos parámetros pueden ser considerados como constantes para un sistema y tiempo dado. La variable independiente Q corresponde a la carga presente en un instante dado y se expresa en kilogramos por hectárea de materia seca. La variable dependiente V representa unidades de intensidad de pastoreo (zoomasa*tiempo) /Unidad de superficie, expresándolo usualmente en t hr ha⁻¹ (Cuadro 1).

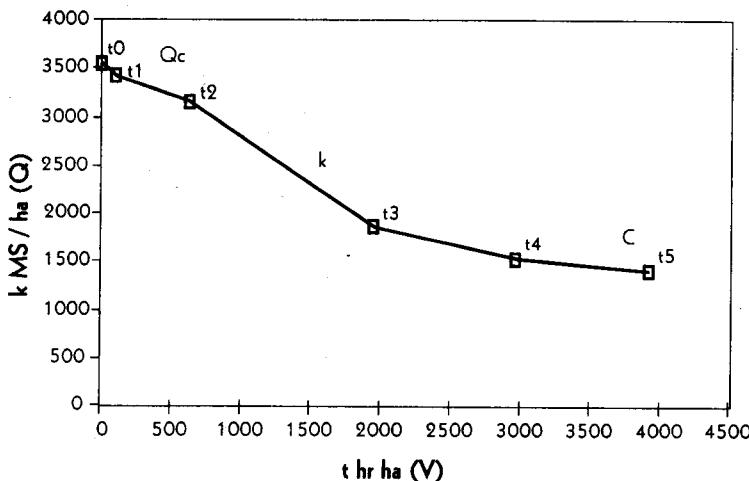


Fig. 5. Parámetros considerados para la determinación de la ecuación general de descarga de la pradera por el herbívoro

Se considera que las variaciones en la carga se deben a la cosecha, siendo esta última proporcional a la cantidad de carga presente Q menos la carga no disponible C , proporcional a la tasa intrínseca de descarga K ; por consiguiente: $dQ/dV = -K (Q - C)$.

Resolviendo esta ecuación diferencial tenemos:

$$Q = (Q_0 - C) e^{-Kv} + C$$

Algunos autores han ajustado curvas de descarga de la pradera a esta ecuación, haciendo pastorear praderas de secano con alta densidad animal (Gastó y Olivares, 1979; González, 1979).

Aplicando este modelo matemático a las curvas de descargas obtenidas en los ecosistemas bajo estudio, podemos calcular la tasa intrínseca de descarga por programación NLIN-SAS; así para *Sporobolus airoides* $k = .0006812157$ (Figura 1); para *Flourensia cernua* $k = .0006140431$ (Figura 2); para el *Atriplex canescens* $k = .0012764805$ (Figura 3); y para *Medicago sativa* $k = .0002038648$ (Figura 4).

Los parámetros calculados para la obtención de estas curvas se pueden observar en el Cuadro 1.

Cuadro 1. Parámetros calculados para las curvas de descargas de la materia seca de los ecosistemas bajo estudio

Ecosistema	Disponibilidad inicial (kg MS ha^{-1}) Q ₀	Tasa intrínseca de descarga K	Potencial mínimo cosechable (kg MS ha^{-1}) C
<i>Sporobolus airoides</i>	3537.00	.0006812157	1396.40
<i>Flourensia cernua</i>	7865.51	.0006140431	3117.78
<i>Atriplex canescens</i>	2356.51	.0012764805	2242.88
<i>Medicago sativa</i>	1770.00	.0002038648	841.00

CONCLUSIONES

Los resultados obtenidos en las mediciones de las descargas totales de la gramínea, la leguminosa y arbustos indican que la cosecha de la fitomasa por el herbívoro se ajusta a una función exponencial dada por la ecuación:

$$Q = (Q_0 - C) e^{-kv} + C$$

Donde: Q = Cantidad de carga presente expresada en kilogramos de materia seca.

C = Carga remanente que no puede ser cosechada por el animal.

k = Tasa intrínseca de descarga.

v = Intensidad de pastoreo expresada en $t \text{ hr ha}^{-1}$.

Conociendo los parámetros de la ecuación general de descarga de la pradera por el herbívoro es posible predecir la carga presente en el ecosistema con una determinada intensidad de pastoreo.

Cada arquitectura fitocenósica, presenta una tasa intrínseca de descarga y un comportamiento determinado por la estructura de la planta y la intensidad de utilización.

LITERATURA CITADA

- Allendoerfer, C. B., C. O., Oakley. 1973. Fundamentos de Matemáticas Universitarias. Tercera Edición. Libros McGraw-Hill. 19 pp.
- Chen, J. L., Q., Wang. 1988. A Theoretical analysis of the potential productivity of ryegrass under grazing. Journal of Theoretical-Biology. 133:371-383.
- Churchill, R. V. 1990. Complex Variables and Applications. Fifth Edition. McGraw-Hill International Editions. Mathematics series. Singapur. 15-17 pp.
- Cook, C. W. 1954. Common use of summer range by sheep and cattle. J. Range Management 7:10-13.
- Defosse, G. E., M. B. Bertiller. 1991. Comparison of four methods of grassland productivity assessment based on *Festuca pallens* phytomass data. J. Range Management. 44:199-203.

- Foltyn, I., I., Zednickova. 1992. Mathematical model of form optimization. *Zemedelska Ekonomika UVT12 (CSFR)*. Vol. 38:11-12.
- Gastó, G. J. M. 1982. Dinámica de la descarga de la pastura y su arquitectura. En *Memorias de una reunión de trabajo celebrada en Cali, Colombia*. pp. 81-106.
- Gastó, G., J. M., y E. A. Olivares. 1979. Análisis cuantitativo de la arquitectura de *Artiplex repanda* Phil. *Ciencia e Investigación Agraria* 6:105-113.
- González, B. C., 1979. Función de descarga ecosistémica. Aplicación al proceso de cosecha de la pradera por el ganado. Tesis de Licenciatura. Facultad de Agronomía. Universidad Católica de Chile, Santiago. 59 p.
- Hyer, J., J. N. Otlejen, M. L. Galyean. 1991. Development of a model to predict forage intake by grazing cattle. *J. Anim. Sci.* 69:827-835.
- Karnezos, T. P., N. M., Tanton, D. I., Bransby. 1988. A Mathematical model used to describe animal performance on Kikuyu and Coast cross II pastures. *J. Grassland. Society of Southern Africa*. 5:38-41.
- Kothmann, M. M. 1974. Range terms glossary committee. A Glossary of terms used in range management. Society for Range Management 2nd Ed, Denver, Colorado, 1-36 p.
- Márquez, C. M. 1991. Probabilidad y Estadística para ciencias químico-biológicas. Editorial McGraw-Hill; México. 456-463.
- Miller, I., J. E., Freund, R., Johnson. 1992. Probabilidad y estadística para ingeniería. IV Edición. Ed. Prentice-Hall Hispano Americano; México. 352 pp.
- Moyeda, A., J. Gutiérrez, R. Nava, M. Mellado. 1979. Intensidad de pastoreo y producción de leche caprina en la zona árida del Norte de Zacatecas.

- Universidad Autónoma Agraria Antonio Narro. Monografía Técnico Científica 5 (5):328-393. Saltillo, Coahuila, México.
- Noy-Meir, I. 1975. Stability of grazing system. An application of predator-prey graphs. *Journal Ecology* 63:459-481.
- Odum, E. P. 1971. Ecología. Tercera Edición. Editorial Interamericana. México. 307 p.
- Olson, J. S. 1963. Energy storage and the balance of producers and decomposers in ecological systems. *Ecology* 44:322-331.
- Sampedro, F., D. Horacio. 1989. Desarrollo de un modelo matemático para la planificación del manejo y utilización de pasturas. Tesis de Postgrado. Fac. de Agronomía. Universidad Católica de Chile, Santiago. 95 pp.
- Shlyachkova, A. A. 1990. Mathematical model for calculating the regimes of the use of pastures. *Rasttitel'nye-resursy* (Russian Federation) V. 26 (4):473-480.
- Springer, C. H., R. Herlihy, I. R., Beggs. 1972 a. Métodos avanzados y modelos. Serie de Matemáticas para la Dirección de Negocio. Centro Regional de Ayuda Técnica. México/Buenos Aires. 15 pp.
- Springer, C. H., R. Herlihy, I. R., Beggs. 1972 b. Matemáticas básicas. Serie de matemáticas para la dirección de negocios. Centro Regional de Ayuda Técnica. México/Buenos Aires. 171-183 p.
- Stein, S. K. 1992. Cálculo y geometría analítica. Tercera Edición. Editorial McGraw-Hill. 69 pp. México.